

بسم الله الرحمن الرحيم

کلاس نکته و تست
نظریه زبان ها و ماشین ها

ابوالفضل گیلک

جلسه یازدهم – فصل پنجم
تست های 41 الی 50
زبان های مستقل از متن

حل تست های 15 سال اخیر

ارشد – دکتری

مهندسی کامپیوتر – علوم کامپیوتر

فصل 5

زبان‌های مستقل از متن

تست‌های 41 الی 50

- 41- گرامر G با قوانین تولید $S \rightarrow aSbb \mid aaSbbb \mid \lambda$ مفروض است. کدام عبارت در $L(G)$ قرار دارد؟ (علوم کامپیوتر - 99)
- (1) $a^{1399}b^{2020}$ (2) $a^{1399}b^{3020}$ (3) $a^{2020}b^{4020}$ (4) $a^{2020}b^{3020}$

- 42- فرض کنید L زبان همه رشته‌هایی با الفبای $\{0,1\}$ است که تعداد صفرهایشان زوج است. زبان کدام یک از گرامرهای زیر برابر با L است؟ (علوم کامپیوتر - 99)

- الف - $S \rightarrow 1S \mid 0S0 \mid \varepsilon$ ب - $S \rightarrow 1S \mid 0T0S \mid \varepsilon$
 $T \rightarrow 1T \mid \varepsilon$
- (1) فقط الف (2) فقط ب (3) الف و ب هر دو (4) هیچ کدام

- 43- گرامر G با قوانین زیر را در نظر بگیرید که در آن S متغیر شروع است:
 $S \rightarrow 0S0 \mid 0S1 \mid 1S0 \mid 1S1 \mid 0$
- کدام رشته در زبان این گرامر قرار ندارد؟ (علوم کامپیوتر - 1400)
- (1) 010101111 (2) 101010101 (3) 1100110110011 (4) 1011110001000

- 44- فرض کنیم L زبان گرامر زیر باشد (S متغیر شروع): (علوم کامپیوتر - 1401)

$$S \rightarrow aSaa \mid B$$

$$B \rightarrow bB \mid \lambda$$

- به ازای کدام مقدار برای x رشته $aaa x b aaa a a a$ عضو L است؟
- (1) فقط a (2) فقط b (3) هم a و هم b (4) نه a و نه b

- 45- فرض کنیم L زبان گرامر زیر باشد (S متغیر شروع): (علوم کامپیوتر - 1401)

$$S \rightarrow aA \mid bB$$

$$A \rightarrow aB \mid bS \mid \lambda$$

$$B \rightarrow bA \mid aS$$

- کدام یک از دو رشته $x = a^{12}b^6a^6$ و $y = b^{15}a^{10}b^8$ در L قرار دارد؟
- (1) فقط x (2) فقط y (3) هر دو (4) هیچ کدام

- 46- گرامر $G = (V, \Sigma, R, S)$ با مجموعه متغیرهای $V = \{S, W, X, Y, Z\}$ ، متغیر شروع S ، الفبای $\Sigma = \{a, b, c\}$ و قوانین زیر مفروض است: (علوم کامپیوتر - 1402)

$$S \rightarrow XY \mid W$$

$$X \rightarrow aXb \mid \varepsilon$$

$$Y \rightarrow cY \mid \varepsilon$$

$$W \rightarrow aWc \mid Z$$

$$Z \rightarrow bZ \mid \varepsilon$$

- با قرار گرفتن کدام یک از دو مقدار b یا c به جای m در عبارت $a^5b^4mc^4$ ، عبارت حاصل در زبان گرامر G قرار می‌گیرد؟
- (1) فقط b (2) فقط c (3) هم b و هم c (4) نه b و نه c

47- گرامر مقابل را در نظر بگیرید:

(علوم کامپیوتر - 1402)

$S \rightarrow AB$
 $A \rightarrow a$
 $A \rightarrow BaB$
 $B \rightarrow bbA$

کدام گزینه نادرست است؟

- (1) هیچ رشته تولید شده توسط گرامر دارای تعدادی فرد b متوالی نیست.
- (2) هیچ رشته تولید شده توسط گرامر دارای سه a متوالی نیست.
- (3) هیچ رشته تولید شده توسط گرامر دارای چهار b متوالی نیست.
- (4) هر رشته تولید شده در گرامر حداقل به تعداد a های تولید شده دارای b است.

48- فرض کنیم L یک زبان دارای DFA بر الفبای Σ باشد و $a \in \Sigma$. کدام مورد در خصوص زبان $L' = \{w \in \Sigma^* : wa \in L\}$

(علوم کامپیوتر - 1403)

درست است؟

- (1) مستقل از متن نیست.
- (2) منظم نیست، ولی خطی است.
- (3) منظم نیست، ولی مستقل از متن است.
- (4) منظم است.

49- فرض کنید L زبان گرامر زیر باشد:

$S \rightarrow TbT$
 $T \rightarrow aTb \mid bTa \mid TT \mid \lambda$

از دو عبارت $\alpha = baa bba bba bba bba$ و $\beta = bbb ab aa b aaa b b$ ، کدام عضو زبان L است؟ (علوم کامپیوتر - 1404)

- (1) فقط α
- (2) فقط β
- (3) هر دو
- (4) هیچ کدام

50- فرض کنید L زبان گرامر زیر باشد:

$S \rightarrow BA$
 $A \rightarrow 00A1 \mid 0$
 $B \rightarrow 0B \mid 0$

(علوم کامپیوتر - 1404)

از دو عبارت $\alpha = 0^2 1^{10}$ و $\beta = 0^{22} 1^{10}$ کدام عضو زبان L هست؟

- (1) فقط α
- (2) فقط β
- (3) هر دو
- (4) هیچ کدام

پاسخ‌ها**فصل 5: زبان‌های مستقل از متن****تست‌های 41 الی 50**

41- گزینه (3) صحیح است.

m بار از قاعده بازگشتی $S \rightarrow aSbb$ و n بار از قاعده بازگشتی $S \rightarrow aaSbbb$ استفاده کنیم، سپس $S \rightarrow \lambda$ قرار دهیم. رشته‌هایی به فرم $a^{2n+m}b^{3n+2m}$ تولید می‌شوند. بنابراین هنگامی که توان a برابر $2n+m$ است باید توان b برابر $2m+3n$ باشد و n و m اعداد صحیح نامنفی باشند. در تمام گزینه‌ها مقدار m و n را بررسی کنیم. گزینه صحیح آن است که n و m اعداد صحیح نامنفی باشند.

$$(1) \begin{cases} m+2n=1399 \\ 2m+3n=2020 \end{cases} \Rightarrow n=788, m=-157$$

$$(2) \begin{cases} m+2n=1399 \\ 2m+3n=3020 \end{cases} \Rightarrow n=-222, m=1843$$

$$(3) \begin{cases} m+2n=2020 \\ 2m+3n=4020 \end{cases} \Rightarrow n=20, m=1980$$

$$(4) \begin{cases} m+2n=2020 \\ 2m+3n=3020 \end{cases} \Rightarrow n=1020, m=-20$$

42- گزینه (2) صحیح است.

زبان تولید شده توسط گرامر (ب) با عبارت منظم $(1+01^*0)^*$ معادل است. این عبارت همه رشته‌های باینری با تعداد زوجی 0 را توصیف می‌کند. اما گرامر (الف) زیرمجموعه‌ای از این زبان را تولید می‌کند برای مثال 001 را تولید نمی‌کند.

43- گزینه (2) صحیح است.

گرامر G رشته‌های باینری به فرم w_10w_2 تولید می‌کند که $|w_1|=|w_2|$. پس رشته‌های به طول فرد که الفبای میانی آنها در وسط، صفر باشد تولید می‌شوند. در گزینه دوم، الفبای یک در وسط قرار گرفته است اما سایر گزینه‌ها عضو $L(G)$ هستند:

گزینه یک: $\frac{01010}{w_1} \frac{1111}{w_2}$

گزینه دو: $\frac{10100}{w_1} \frac{0101}{w_2}$

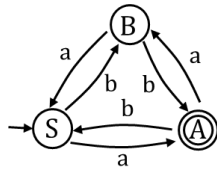
گزینه سه: $\frac{110011}{w_1} \frac{1110011}{w_2}$

گزینه چهار: $\frac{1011110}{w_1} \frac{001000}{w_2}$

44- گزینه (2) صحیح است.

زبان تولید شده توسط این گرامر $L(G) = \{a^n b^k a^{2n} \mid n, k \geq 0\}$ است. در رشته $w = a^3 x b a^6 = a^3 x b a^6$ به ازای $x = b$ داریم $x = a$ و به ازای $w = a^3 b^2 a^6 \in L(G)$ داریم $w = a^4 b a^6 \notin L(G)$. پس گزینه 2 صحیح است.

45- گزینه (4) صحیح است.



یک راه حل مناسب برای حل این سؤال رسم ماشین متناهی معادل با گرامر است. یادآوری کنیم که هر متغیر (نمادهای غیرپایانه‌ای) از گرامر یک حالت از ماشین متناهی است.

متغیر آغاز، حالت اولیه ماشین است. قاعده $S \rightarrow bB$ به انتقال از S به B با الفبای b ترجمه می‌شود. قاعده $A \rightarrow \lambda$ نشان می‌دهد A حالت نهایی (پذیرش) است.

اکنون رشته $x = a^{12}b^6a^6$ را به ماشین بدهیم. پس از خواندن a^{12} در حالت S قرار می‌گیرد. با خواندن b^6 مجدد در حالت S قرار می‌گیرد و در نهایت پس از خواندن a^6 در حالت S متوقف می‌شود پس x پذیرفته نمی‌شود.

حالا رشته $y = b^{15}a^{10}b^8$ را به ماشین بدهیم. پس از خواندن b^{15} در حالت S قرار می‌گیرد. با خواندن a^{10} در حالت A و پس از خواندن b^8 در حالت B قرار می‌گیرد پس y نیز پذیرفته نمی‌شود.

46- گزینه (3) صحیح است.

متغیر Z به b^m تبدیل می‌شود. پس متغیر W در نهایت به $a^n b^m c^n$ تبدیل می‌شود. متغیر Y به c^m تبدیل می‌شود. پس متغیر X در نهایت به $a^n b^n$ تبدیل می‌شود. تا اینجا دیدیم که $W \rightarrow^* a^n b^m c^n$ ، $X \rightarrow^* a^n b^n$ و $Y \rightarrow^* c^m$. با جانشانی در قواعد $S \rightarrow XY | W$ خواهیم داشت: $L(G) = \{a^n b^n c^m \mid n, m \geq 0\} \cup \{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 0\}$ بنابراین برای عضویت رشته $a^n b^i c^j$ در $L(G)$ باید $i = n$ یا $j = n$ باشد. در رشته $a^5 b^4 m c^4$ اگر $m = c$ باشد: $a^5 b^4 c^5 \in L(G)$ اگر $m = b$ باشد: $a^5 b^5 c^4 \in L(G)$.

47- گزینه (3) صحیح است.

با جانشانی BaB و a به جای متغیر A در قواعد گرامر داریم:

$$S \rightarrow aB \mid BaBB$$

$$B \rightarrow bba \mid bbBaB$$

در سمت راست همه قواعد تولید، هرگاه حرف b اضافه شده به صورت جفت bb بوده پس در هیچ یک از رشته‌های تولید شده تعداد فردی b متوالی دیده نمی‌شود. پس گزینه 1 درست است. متغیر B در نهایت با bba جایگزین می‌شود. پس هیچکدام از رشته‌های تولید شده دارای سه a متوالی نیستند. پس گزینه 2 درست است. از آنجا که متغیر B در نهایت با bba جایگزین می‌شود و با توجه به قواعد گرامر، در همه رشته‌های تولیدی خواهیم داشت: $n_a(w) \leq n_b(w)$ پس گزینه 4 درست است.

اما گزینه 3 نادرست است. رشته ای با چهار b متوالی قابل تولید است مثلاً:

$$S \rightarrow aB \rightarrow abbBaB \rightarrow abbbbbaaB \rightarrow abbbbbaabba$$

48- گزینه (4) صحیح است.

طبق صورت سوال: $L' = \{w \in \Sigma^* : wa \in L\}$ پس $x \in L' \Leftrightarrow xa \in L$ به عبارتی L' همان خارج قسمت راست L بر {a} است: $L' = \frac{L}{\{a\}}$. طبق فرض L منظم است پس L' نیز منظم است.

روش دوم: طبق فرض L منظم است پس دارای DFA پذیرنده‌ای به نام M است. حال ماشین M' را با همان حالات و همان انتقال‌ها در نظر بگیریم با این تفاوت که در M' حالت q_i نهایی است اگر و تنها اگر از q_i با انتقال a به یک حالت پذیرش M برسیم. M' ماشین متناهی پذیرنده L' است. پس L' منظم است.

49- گزینه (2) صحیح است.

با توجه به قواعد $T \rightarrow aTb \mid bTa \mid TT \mid \lambda$ متغیر T به هر رشته w که $n_a(w) = n_b(w)$ قابل تبدیل است. پس با شروع از S و قاعده $S \rightarrow TbT$ تمام رشته‌های w که $n_b(w) = n_a(w) + 1$ تولید می‌شوند. $L(G) = \{w \mid n_b(w) = n_a(w) + 1\}$

در رشته $\alpha = baabbabbabbaabb$ داریم $n_a(\alpha) = 6, n_b(\alpha) = 9$ پس $\alpha \notin L(G)$.

در رشته $\beta = bbbabaabaaabb$ داریم $n_a(\beta) = 6, n_b(\beta) = 7$ پس $\beta \in L(G)$.

50- گزینه (2) صحیح است.

با توجه به قواعد $B \rightarrow 0B \mid 0$ متغیر B به 0^k تبدیل می‌شود ($k \geq 1$). با توجه به قواعد $A \rightarrow 00A1 \mid 0$ متغیر A به $0^{2m+1}1^m$ تبدیل می‌شود ($m \geq 0$). با جانشانی آنها در $S \rightarrow BA$ زبان تولید شده توسط گرامر مشخص می‌شود:

$$L(G) = \{0^k 0^{2m+1} 1^m \mid k \geq 1, m \geq 0\}$$

اگر فرض کنیم $n = k + 2m + 1$ زبان $L(G)$ برابر است با:

$$L(G) = \{0^n 1^m \mid n \geq 2m + 2\}$$

بنابراین: $\alpha = 0^{21}1^{10} \notin L(G)$ و $\beta = 0^{22}1^{10} \in L(G)$.

پيروز و سربلند باشيد.

پايان جلسه يازدهم نکته و تست